1 التركيز

التخطيط **الرأسي**

الدرس 5-11 استخدام ميول المستقيمات لتحديد المستقيمات المتوازية والمتعامدة.

الدرس 5-11 التعرف على العلاقات بين الزوايا الناتجة عن قطع مستقيمين متوازيين من خلال قاطع. استخدام العلاقات بين الزوايا لإثبات توازي المستقيمات.

بعد الدرس 5-11 إيجاد المسافة بين مستقيمَين متوازيين والمسافة بين مستقيمٍ ونقطة.

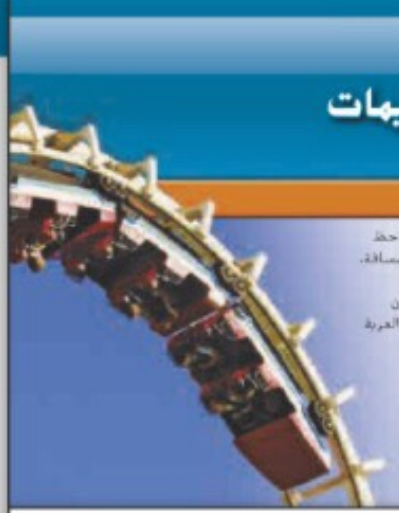
2 التدريس

الأسئلة الداعمة

كلّف الطلاب بقراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- لماذا تم إنشاء جانبي المسار متوازيين عند جميع النقاط؟ الإجابة النموذجية: لن تتمكن السيارات من التحرك بأمانٍ على المسار إذا لم يكن الجانبان متوازيين.
- إذا كان أحد القضبان الداعمة التي تربط جانبي المسار متعامدًا على أحد جانبي المسار، فما قياس الزاوية المتكوّنة من هذا القضيب والجانب الآخر من المسار؟ 90°



11-5 إثبات توازي المستقيمات

السابق..

- استخدمت الميول لتحديد المستقيمات المتوازية والمتعامدة.

الحالي..

1 التعرف على أزواج الزوايا التي تتكوّن مع المستقيمات المتوازية.

2 إثبات أن مستقيمين متوازيان.

لماذا؟..

- عندما ترى قضبان لعبة الأفعوانية. تلاحظ أن طرفي القضبان دائمًا على نفس المسافة. وهذا بالرغم من أن القضبان تنحرف وتنعطف. فالقضبان مبنية بعناية لتكون متوازية على كل النقاط بحيث تكون العربة ثابتة على القضبان.

ممارسات في الرياضيات

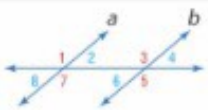
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 تحديد المستقيمات المتوازية طرفا قضبان لعبة الأفعوانية متوازيان. وكل الدعامات على طول القضبان هي أيضًا متوازية. وكل زاوية من الزوايا المتشكلة بين القضبان والدعامات هي زاوية متناظرة. وقد عرفنا أن الزوايا المتناظرة تكون متطابقة عندما تكون المستقيمات متوازية. ومعكوس هذه العلاقة صحيح أيضًا.

المسلمة 11.4 مسلمة معكوس الزوايا المتناظرة

إذا قُطع مستقيمان بواسطة قاطع بحيث تكون الزوايا المتناظرة متطابقة، إذا فالمستقيمان متوازيان.

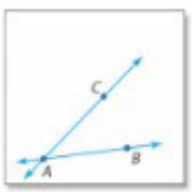


أمثلة إذا كان $\angle 3 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$ و $\angle 7 \cong \angle 5$ و $\angle 8 \cong \angle 6$، فإن $a \parallel b$.

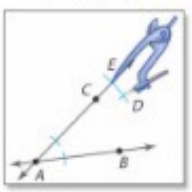
معكوس مسلمة الزوايا المتناظرة يمكن استخدامها لإنشاء مستقيمات متوازية.

الإنشاء مستقيم متوازٍ عن طريق نقطة ليست موجودة على المستقيم

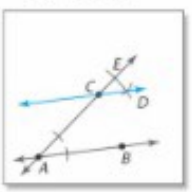
الخطوة 1 استخدم مسطرة تقويم لرسم $\overline{AB}$، وارسم النقطة C بحيث لا تكون على $\overline{AB}$ وارسم $\overline{CA}$.



الخطوة 2 انسخ $\angle CAB$ بحيث تكون C هي رأس الزاوية الجديدة. وسمِّ نقاط التقاطع بالحرفين D و E.



الخطوة 3 ارسم $\overline{CD}$. ولأن $\angle ECD \cong \angle CAB$ حسب معطيات الشكل. وهما زاويتان متناظرتان. فإن $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$.



حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 تحديد المستقيمات المتوازية

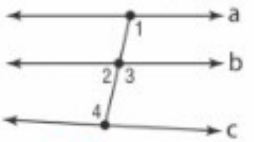
المثالان 1 و 2 يوضحان طريقة تحديد توازي المستقيمات. ويتعين على الطلاب أن يكونوا قادرين على استخدام النظريات والمسلّمات المعروفة لتحديد المستقيمات المتوازية.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 بعد إعطائك المعلومات التالية، هل من الممكن إثبات أنّ أيا من المستقيمات الموضحة متوازية؟ وإذا كان الأمر كذلك، فحددْ المسلّمة أو النظرية التي تثبت صحة إجابتك.



a. $\angle 1 \cong \angle 3$ حسب $a \parallel b$ معكوس نظرية الزوايا المتناظرة

b. $m\angle 1 = 103$ و $m\angle 4 = 100$ a ليس متوازيًا مع c حسب معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة

يثبت الشكل أن هناك مستقيم واحد على *الأقل* يمر عبر النقطة C وموازٍ مع $\overleftrightarrow{AB}$ وتؤكد المسلمة التالية أن هذا المستقيم هو المستقيم *الوحيد*.

نصيحة دراسية

مسلمات إقليدس أدرك إقليدس، أبو الهندسة الحديثة، (حوالي 300 ق.م.) أنه لا يلزم سوى القليل من المسلمات لإثبات النظريات في أيامه. والمسلمة 11.5 هي إحدى مسلمات إقليدس الأصلية الخمسة.

المسلمة 11.5 مسلمة المتوازيات

لديك مستقيم ونقطة ليست على هذا المستقيم. إذًا هناك بالضبط مستقيم واحد يمر بالنقطة موازٍ للمستقيم المعطى.

المستقيمان المتوازيان اللذان يقطعهما قاطع يُشكلان أزواجًا متعددة من الزوايا المتطابقة. ويمكن استخدام هذه الزوايا الخاصة أيضًا من أجل إثبات أن زوجًا من المستقيمات متوازٍ.

نظريات إثبات توازي المستقيمات

11.5 معكوس الزوايا الخارجية المتبادلة
إذا قُطع مستقيمان على مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون زوج من الزوايا المتبادلة الخارجية متطابقًا، فإن المستقيمين متوازيان.

إذا كان $\angle 3 \cong \angle 1$، إذًا $p \parallel q$

11.6 معكوس الزوايا الداخلية المتتالية
إذا قُطع مستقيمان على مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون زوج من الزوايا الداخلية المتتالية متكاملاً، فإن المستقيمين متوازيان.

إذا كان $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$، إذًا $p \parallel q$

11.7 معكوس الزوايا الداخلية المتبادلة
إذا قُطع مستقيمان في مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقًا، فإن المستقيمين متوازيان.

إذا كان $\angle 8 \cong \angle 6$، إذًا $p \parallel q$

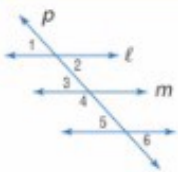
11.8 معكوس القاطع العمودي
في مستوى، إذا كان مستقيمان عموديين على المستقيم نفسه، فإنهما متوازيان.

إذا كان $r \perp q$، $r \perp p$، إذًا $p \parallel q$

ستثبت النظريات 11.5 و 11.6 و 11.7 و 11.8 في التمارين 6 و 23 و 31 و 30، على الترتيب.

مثال 1 تحديد المستقيمات المتوازية

بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وُجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تعلل إجابتك.



a. $\angle 1 \cong \angle 6$

$\angle 1$ و $\angle 6$ هما زاويتان خارجيتان متبادلتان على المستقيمين ℓ و n.

بما أن $\angle 6 \cong \angle 1$، فإن $\ell \parallel n$ بناءً على معكوس نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة.

b. $\angle 2 \cong \angle 3$

$\angle 2$ و $\angle 3$ هما زاويتان داخليتان متبادلتان على المستقيمين ℓ و m.

بما أن $\angle 3 \cong \angle 2$، فإن $\ell \parallel m$ بناءً على معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إرشاد للمعلمين الجدد

الاستنتاج شجّع الطلاب على تكوين روابط مع المفاهيم السابقة من خلال مقارنة النظريات والمسلّمات الواردة في هذا الدرس بتلك الموجودة في الدرس 2-11. اطلب من الطلاب أن يشرحوا أي روابط في المنطق الذي يجدونه.

1A. $a \parallel b$:معكوس نظرية الزوايا الداخلية ≅ المتبادلة

1B. $\ell \parallel m$:معكوس مسلمة الزوايا ≅ المتناظرة

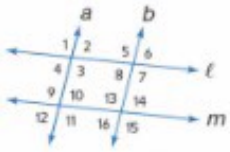
1C. $a \parallel b$:معكوس نظرية الزوايا الخارجية ≅ المتبادلة

1D. غير ممكن

1E. $\ell \parallel m$:معكوس نظرية الزوايا الداخلية ≅ المتتالية

1F. غير ممكن

تمرين موجّه



1A. $\angle 2 \cong \angle 8$ **1B.** $\angle 3 \cong \angle 11$

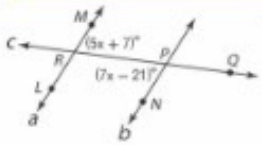
1C. $\angle 12 \cong \angle 14$ **1D.** $\angle 1 \cong \angle 15$

1E. $m\angle 8 + m\angle 13 = 180$ **1F.** $\angle 8 \cong \angle 6$

يمكن استخدام علاقات الزوايا من أجل حل المسائل التي تشمل قيمًا مجهولة.

مثال 2 على الاختبار المعياري **استخدام علاقات الزوايا**

مسألة غير محددة الإجابة أوجد $m\angle MRQ$ بحيث يكون $a \parallel b$. اكتب الحل هنا.



قراءة فقرة الاختبار

من الشكل، تعرف أن $m\angle MRQ = 5x + 7$ وأن $m\angle RPN = 7x - 21$. والمطلوب منك هو إيجاد قياس $\angle MRQ$.

حل فقرة الاختبار

$\angle MRQ$ و $\angle RPN$ هما زاويتان داخليتان متبادلتان. وليكون المستقيمان a متوازيين، ينبغي أن تكون الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة. لذا $\angle RPN \cong \angle MRQ$. وبحسب تعريف التطابق، فإن $m\angle MRQ = m\angle RPN$. أدرج قياسات الزوايا المعطاة في هذه المعادلة وأوجد قيمة x.

$m\angle MRQ = m\angle RPN$	الزوايا الداخلية المتبادلة
$5x + 7 = 7x - 21$	التعويض
$7 = 2x - 21$	اطرح $5x$ من كل طرف.
$28 = 2x$	اجمع 12 على كل طرف
$14 = x$	اقسم كل طرف على 2.

والآن، استخدم قيمة x لإيجاد $\angle MRQ$.

$m\angle MRQ = 5x + 7$	التعويض
$= 5(14) + 7$	$x = 14$
$= 77$	بسّط.

التحقق راجع إجابتك باستخدام قيمة x لإيجاد $m\angle RPN$.

$m\angle RPN = 7x - 21$

$= 7(14) - 21 = 77$ ✓

بما أن $m\angle MRQ = m\angle RPN$، $\angle MRQ \cong \angle RPN$ و $a \parallel b$ ✓

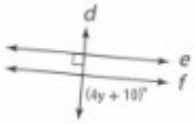
نصيحة دراسية

إيجاد ما هو مطلوب

تأكد من إعادة قراءة أسئلة الاختبار بعناية لتتأكد من إجابتك على السؤال المطروح. وفي المثال 2، قد يكون من الأخطاء الشائعة التوقف بعد أن وجدت قيمة x والقول بأن حل المسألة هو 14.

تمرين موجّه

2. أوجد y بحيث يكون $e \parallel f$. اكتب الحل هنا.



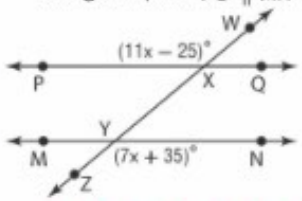
20

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال إضافي

2 تمرين على الاختبار المعياري

أوجد $m\angle ZYN$ حيث إنّ $\overleftrightarrow{PQ} \parallel \overleftrightarrow{MN}$. اكتب الحل هنا.



$x = 15$, $m\angle ZYN = 140$

التركيز على محتوى الرياضيات

الاستنتاج يعتقد العديد من الطلاب أنّ المسلّمات والنظريات الموجودة في هذا الدرس هي نفسها الموجودة في الدرس 2-11. ساعدهم في التركيز على الاختلاف الموجود؛ ففي هذا الدرس **سيستنتجون** أنّ المستقيمات متوازية (العبارة **إذا**). بينما كانوا في الدرس 2-11 **يبدؤون** بتوازي المستقيمات (العبارة **إذا كان**).

التدريس باستخدام التكنولوجيا

كاميرا المستندات اعرض على الطلاب متوازي أضلاع على مستوى إحداثي. وحدّد اتجاهه بحيث لا يكون أي ضلع من الأضلاع عبارة عن قطعة مستقيمة أفقيّة أو رأسيّة. أخبر الطلاب أن عليهم إثبات توازي الأضلاع المتقابلة في الشكل. اختر أربعة طلاب، واطلب من كل واحد منهم إيجاد ميل أحد أضلاع الشكل ثم اختر طالبًا آخر ليشرح كيف تثبت هذه الميول توازي الأضلاع المتقابلة.

التدريس المتمايز AL OL BL

أصحاب النمط المنطقي كلّف الطلاب بأن يرسموا مستقيمين يقطعهما قاطع بمعايير معينة معطاة لقياس الزاوية. ويمكن للطلاب أن يعملوا معًا في مجموعات صغيرة من 3 أو 4 لمناقشة مدى ضرورة أن يكون المستقيمان متوازيين. أدِرْ النقاش بحيث يميّز الطلاب حقيقة إمكانية وجود قياسات زوايا عند توازي المستقيمين تفوق تلك التي تنشأ عندما لا يكون هناك توازٍ.

2 إثبات توازي المستقيمات

المثال 3 يصف كيف يتم إثبات توازي المستقيمات باستخدام مثال من الحياة اليومية.

مثال إضافي

3 **الإنشاء** في النافذة الموضحة، تم إنشاء نموذج الشبكة الماسية يدويًا. فهل من الممكن التأكد من أن القطع الخشبية التي تسير في نفس الاتجاه متوازية؟ إذا كان الأمر كذلك، فاشرح طريقة عمل ذلك. وإذا لم يكن كذلك، فاشرح السبب.

قِسْ الزوايا المتناظرة المتكوّنة من خلال خطين شبكيين متتاليين والخط الشبكي القاطع المار في الاتجاه المقابل. وإذا كانت هذه الزوايا متطابقة، فإن خطوط الشبكة التي تسير في نفس الاتجاه تكون متوازية حسب معكوس مسلّمة الزوايا المتناظرة.

إجابة إضافية (تمرين موجّه)

3. من غير الممكن: فالزوايا الخارجية المتبادلة، أو الزوايا الداخلية المتبادلة، أو الزوايا المتناظرة ليست متطابقة، إذًا المستقيمات ليست متوازية. والزوايا الداخلية المتتالية لا تكون متكاملة، ولذا فالمستقيمات ليست متوازية.

إجابات إضافية

1. $m \parallel \ell$: الزوايا المتناظرة متطابقة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
2. $m \parallel \ell$: الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
3. $k \parallel j$: الزوايا الخارجية المتبادلة متطابقة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
4. $k \parallel j$: الزوايا الداخلية الموجودة على نفس الجانب من القاطع متكاملة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.

نصيحة دراسية

إثبات توازي المستقيمات عندما يقطع مستقيمان متوازيان بواسطة قاطع، فأزواج الزوايا المتكونة هي إما متطابقة أو متكاملة. وعندما يكوّن زوج من المستقيمات زوايا لا تفي بهذا المعيار، فليس من المحتمل أن تكون المستقيمات متوازية.

2 إثبات توازي المستقيمات

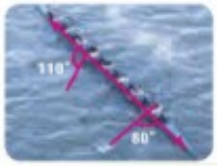
إثبات توازي المستقيمات يمكن استخدام علاقات أزواج الزوايا المتكونة بواسطة قاطع لإثبات أن مستقيمين متوازيان.

مثال 3 من الحياة اليومية إثبات توازي المستقيمات

الأثاث المنزلي في السلم الموضح، كل درجة عمودية على قضيبي الدرابزين. فهل من الممكن إثبات أن قضيبي الدرابزين متوازيان وأن كل الدرجات متوازية؟ وإذا كان الأمر كذلك، فاشرح الكيفية. وإن لم يكن، فاشرح السبب في هذا.

بما أن كلا قضيبي الدرابزين عمودي على كل درجة، فإن القضيبين متوازيان استنادًا إلى معكوس نظرية القاطع العمودي.
وبما أن أي زوج من الدرجات عمودي على قضيبي الدرابزين، فإنهما متوازيتان أيضًا.

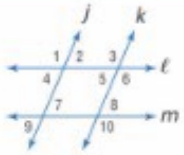
تمرين موجّه



3. **التحديث** من أجل الحركة في خط مستقيم بفعالية قصوى، ينبغي أن تكون مجاديف التجذيف متوازية. ارجع إلى الصورة على اليسار. هل من الممكن إثبات أن أيًا من المجاديف متوازٍ؟ إذا كان الأمر كذلك، فاشرح الكيفية. و إن لم يكن، فاشرح السبب في هذا. **انظر الهامش.**

التحقق من فهمك

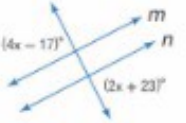
مثال 1



بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وُجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تعلل إجابتك. **4–1. انظر الهامش.**

1. $\angle 6 \cong \angle 10$
2. $\angle 4 \cong \angle 7$
3. $\angle 1 \cong \angle 6$
4. $m\angle 2 + m\angle 3 = 180$

مثال 2



5. **إجابة مختصرة** أوجد x بحيث يكون $m \parallel n$. اكتب الحل هنا. $x = 20$

مثال 3

6. **الإثبات** انسخ وأكمل إثبات النظرية 11.5.

المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 2$

المطلوب: $\ell \parallel m$

البرهان:

العبارات	المبررات
a. $\angle 1 \cong \angle 2$	a. المعطيات
b. $\angle 2 \cong \angle 3$	b. ؟ رأسي ∠ هي ≅.
c. $\angle 1 \cong \angle 3$	c. خاصية التعدي إذا كانت الزوايا المتناظرة
d. ؟ $\ell \parallel m$	d. ؟ ∠ ≅، فإن المستقيمين ∥

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة ماكجرو هيل التعليمية McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL BL

التوسع كلّف الطلاب بإعادة تشكيل بعض البراهين المأخوذة من هذا الدرس. ويمكنهم إنشاء البرهان من المثال 3 على شكل فقرة برهانية أو برهان متسلسل.

7. **الإنشاء** هل من الممكن إثبات أن المقاعد على طاولة الرحلات هذه موازية لبعضها البعض؟ فإذا كان الأمر كذلك، فاشرح. وإن لم يكن، فاشرح لم لا.

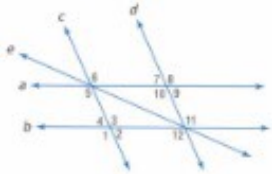
نعم، هذا ممكن. وقد يكون أحد التفسيرات المحتملة هو قياس الزوايا المتكونة بواسطة الإطار والمقعد. فإذا كانت بالقياس نفسه (90°) على كلا الجانبين، فإن المقاعد متوازية.

التمرين وحل المسائل

مثال 1

بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وُجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تعلل إجابتك.

8–15. انظر الهامش.

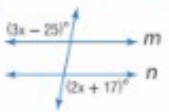


8. $\angle 8 \cong \angle 11$
9. $\angle 8 \cong \angle 12$
10. $\angle 3 \cong \angle 5$
11. $m\angle 2 + m\angle 12 = 180$
12. $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$
13. $\angle 6 \cong \angle 10$
14. $\angle 1 \cong \angle 9$
15. $\angle 6 \cong \angle 8$

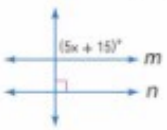
مثال 2

أوجد x بحيث يكون $m \parallel n$. حدد المسلمة أو النظرية التي استخدمتها. **16–21. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

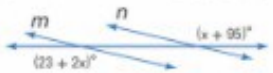
16.



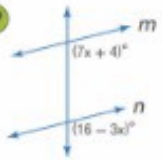
17.



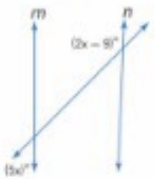
18.



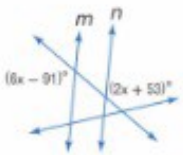
19.



20.



21.



22. **إطارات خشبية** غالبًا ما يتم تصنيع إطارات الأبواب الخشبية باستخدام صندوق أو منشار مخصص لعمل أسطح مشطوبة زاويًا. وهاتان الأداتان تسمحان لك بالقطع بزاوية ذات قياس محدد. فإذا كانت كل قطعة من القطع الثلاث من مواد التأطير قد قُطعت بزاوية بقياس 45°، فهل سيكون جانبا إطار الباب متوازيين؟ اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**

مثال 3

23. **الإثبات** انسخ وأكمل إثبات النظرية 11.6.

المعطيات: $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.

المطلوب: $\ell \parallel m$

البرهان:

العبارات	المبررات
a. ؟	a. المعطيات
b. $\angle 2$ و $\angle 3$ يكوّنان زوجًا خطيًا.	b. ؟ **تحديد الزوج الخطي.**
c. ؟	c. ؟ **نظرية التكامل.**
d. $\angle 1 \cong \angle 3$	d. ؟ **≅ نظرية التكامل.**
e. $\ell \parallel m$	e. ؟

23a. $\angle 1$ و $\angle 2$ **متكاملتان.**
23c. $\angle 2$ و $\angle 3$ **متكاملتان.**
23e. معكوس مسلمة الزوايا المتناظرة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 7–1 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

8. $a \parallel b$؛ الزوايا المتناظرة متطابقة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
9. $a \parallel b$؛ الزوايا الخارجية المتبادلة متطابقة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
10. $a \parallel b$؛ الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
11. $j \parallel k$؛ الزوايا الداخلية الموجودة على نفس الجانب من القاطع متكاملة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
12. $a \parallel b$؛ الزوايا الداخلية الموجودة على نفس الجانب من القاطع متكاملة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
13. $c \parallel d$؛ الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
14. معلومات غير كافية لإثبات وجود أي مستقيمات متوازية.
15. $c \parallel d$؛ الزوايا المتناظرة متطابقة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
22. جوانب إطار الباب ستكون متوازية. والزوايا المتكوّنة بواسطة هذه الجوانب مع الحافة العلوية ستساوي 90°. وإذا كان المستقيمان متعامدين على نفس المستقيم، فحينها سيكونان متوازيين.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	8-30, 37-40, 42-55	9-29 ,فردي 44-47	8-30 ,زوجي 37-40, 42, 43, 48-55
OL أساسي	9-35 ,فردي 36-40, 42-55	8-30, 47-44	13-40, 42, 43, 55-48
BL متقدم	13-55		

إجابة إضافية

29. الفتحتان موازيتان لبعضهما. وإذا كان المستقيمان متعامدين على المستقيم نفسه، فحينها يكونان متوازيين.

24. قياس الزاوية القائمة 90°. وبما أن كل زاوية بقياس 45°، فبوضع زاويتين معًا لعمل ركن من أركان الإطار يؤدي إلى مجموع بقيمة 90°. إذا كان المستقيمان عموديين على نفس المستقيم، إذًا فهما موازيان لبعضهما.

24. تصنع هالة إطارًا لملصقها المفضل. فاشترت طقم إطار مقطعي. وبينما تجمع الإطار، لاحظت أن الأركان مقطوعة بزوايا قياسها 45°. فكيف ستعرف أن الأركان هي زوايا قائمة وأن كل زوج من الأضلاع المتقابلة متوازٍ؟

الإثبات اكتب إثباتًا من عمودين لكلٍّ مما يلي.

25. **المعطيات:** $\angle 1 \cong \angle 3$

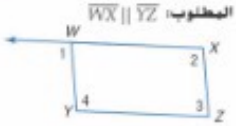
$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

المطلوب: $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$

26. **المعطيات:** $\overline{WY} \parallel \overline{XZ}$

$\angle 2 \cong \angle 4$

المطلوب: $\overline{WX} \parallel \overline{YZ}$



25–28. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

27. **المعطيات:** $\angle TQR \cong \angle TSR$

$m\angle R + m\angle TSR = 180$

المطلوب: $\overline{QT} \parallel \overline{RS}$

28. **المعطيات:** $\angle DAB \cong \angle DCB$

$\overline{AD} \perp \overline{AB}$

المطلوب: $\overline{DC} \perp \overline{BC}$

29 **التخزين** القطع الصغيرة غالبًا ما تُحفظ في أدراج لجعل العثور على المقاس الصحيح أسهل. وفي صندوق التخزين المبين، إطار كل درج عمودي على كل ضلع من الأضلاع. فبما الذي يمكنك استنتاجه بشأن الأدراج؟ اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**

30. **الإثبات** اكتب فقرة إثبات للنظرية 11.8.

30–31. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

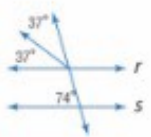
31. **إثبات** اكتب إثباتًا من عمودين للنظرية 11.7.

32. **درجات السلم** بناءً على المعلومات المعطاة في صورة السلم على اليسار، ما العلاقة بين كل درجة؟ اشرح استنتاجك.

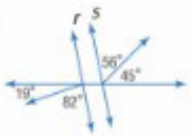
الدرجتان p موازيتان لبعضهما، والدرجتان عموديتان على المستقيم نفسه، إذًا فهما موازيتان لبعضهما.

حدد ما إذا كان المستقيمان r متوازيين. علل إجابتك.

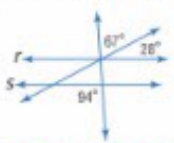
33.



34.



35.

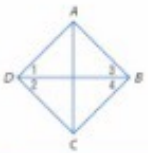


33–35. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

682 | الدرس 5-11 | إثبات توازي المستقيمات

36. **تحليل الخطأ** منال ومها أخبرتا أنه في الشكل على اليسار $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$.
ومنال تقول إن هذا لا يصح إلا في حالة $\angle 4 \cong \angle 1$. ومها تختلف معها وتقول إن هذا لا يكون صحيحًا إلا في حالة $\angle 3 \cong \angle 2$. فهل أيّ منهما على صواب؟ اشرح.



منال محقة لأن الزاويتين 1 و 4 هما زاويتان داخليتان متبادلتان في المستقيمين $\overline{AD}$ و $\overline{BC}$ حيث يكون $\overline{DB}$ هو القاطع.

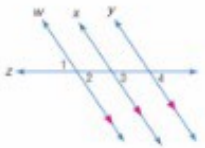
مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

37. **تحدٍّ** المسافة من مستقيم إلى نقطة هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم البادئ من هذه النقطة. المسافة بين مستقيمين متوازيين هي المسافة بين أي نقطة على أحد المستقيمين والمستقيم الآخر. فأوجد المسافة بين المستقيمين $y = 2x + 5$ و $y = 2x - 1$. إرشاد: استخدم قانون المسافة.

انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

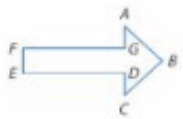
38. **التبرير** هل النظرية 11.8 لا تزال صحيحة إذا كان المستقيمان ليسا متحدي المستوى؟ ارسم الشكل لتبرير إجابتك. **انظر الهامش.**

39. **تحدٍّ** استخدم الشكل على اليسار لإثبات أن المستقيمين المتوازيين لمستقيم ثالث متوازيان لبعضهما البعض.



انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

40. انسخ الشكل على اليسار إلى ورقتك. **انظر الهامش.**



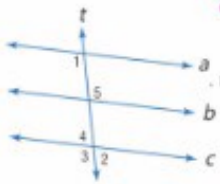
a. ارسم مستقيمًا متوازيًا مع $\overline{FG}$ عبر النقطة A.

b. استخدم القياس لتبرير أن المستقيم الذي رسمته متوازٍ مع $\overline{FG}$.

c. ارسم مستقيمًا متوازيًا مع $\overline{FG}$ عبر النقطة C.

d. خمّن فرضية بشأن العلاقة بين المستقيمين الذين رسمتهما. اشرح.

41. **تحدٍّ** ارجع إلى الشكل على اليسار.



41–43. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

a. إذا كان $m\angle 5 + m\angle 2 = 180$، فأثبت أن $b \parallel c$.

b. بافتراض أن $a \parallel b$. وإذا كان $m\angle 1 + m\angle 5 = 180$، فأثبت أن $t \perp b$.

42. **الكتابة في الرياضيات** لخّص الطرق الخمس المستخدمة في هذا الدرس لإثبات أن المستقيمين متوازيان.

التبرير حدد ما إذا كانت العبارة صحيحة أحيانًا أم دائمًا أم مطلقًا. اشرح استنتاجك.

43. الزوج الخطي من الزوايا متكامل كما هو متطابق.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التمثيلات المتعددة

في التمرين 36. يستخدم الطلاب رسومات هندسية وجدولاً ووصفًا كلاميًا لاستكشاف أقصر مسافة بين مستقيمين متوازيين.

انتبه!

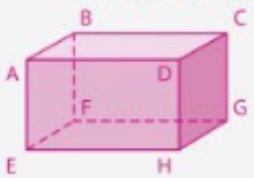
تحليل الخطأ في التمرين 37 . على الطلاب إدراك أن $\overline{WZ}$ يمكن أن يكون قاطعًا للمستقيمات $\overline{WY}$ و $\overline{XZ}$ بالإضافة إلى $\overline{WX}$ و $\overline{YZ}$. وفي كلتا الحالتين، فإن الزاويتين $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان داخليتان متبادلتان متطابقتان. إذًا $\overline{WY} \parallel \overline{XZ}$ و $\overline{WX} \parallel \overline{YZ}$. إذًا. إجابتا إيمان ومريم صحيحتان.

ملاحظات لحل التمرين

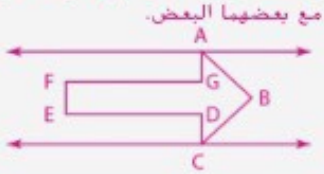
فرجار ومسطرة تقويم يتطلب التمرين 40 استخدام فرجار ومسطرة تقويم.

إجابات إضافية

38. لا، الإجابة النموذجية: في الشكل الموضح، $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ و $\overline{GC} \perp \overline{BC}$، لكن $\overline{AB} \perp \overline{GC}$.



40. يجب أن يرسم الطلاب صورة مشابهة لهذه الصورة: وعليهم أن يستخدموا مسطرة لقياس المسافة بين المستقيم الأحمر و المستقيم FG. والمستقيمان اللذان تم إنشاؤهما للتو متوازيان مع بعضهما البعض.



4 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب
أثناء مغادرة الطلاب لغرفة الصف، اطلب منهم أن يكتبوا على ورقة خطوات إنشاء مستقيم يوازي مستقيمًا مَعطًى آخر من خلال نقطة لا تنتمي للمستقيم.

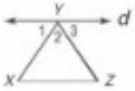
إجابات إضافية

52.

53.

تمرين على الاختبار المعياري

44. أيّ من الحقائق التالية ستكون كافية لإثبات أن المستقيم d متوازٍ مع $\overline{XZ}$؟ **B**

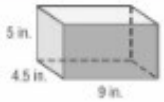


A $\angle 1 \cong \angle 3$
B $\angle 3 \cong \angle Z$
C $\angle 1 \cong \angle Z$
D $\angle 2 \cong \angle X$

45. **الجبر** التعبير $\sqrt{52} + \sqrt{117}$ متساوٍ مع **G**

F 13
G $5\sqrt{13}$
H $6\sqrt{13}$
J $13\sqrt{13}$

46. ما مساحة السطح التقريبية للشكل؟ **D**



A 101.3 cm^2
B 108 cm^2
C 202.5 cm^2
D 216 cm^2

47. **SAT/ACT** إذا كان $y^2 = 9$ و $x^2 = 25^2$، فما هي أكبر قيمة محتملة لـ $(x - y)^2$؟ **J**

F 4
G 16
H 58
J 64
K 70

مراجعة شاملة

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم الذي له الميل المعطى ونقطة تقاطعه مع المحور y.

48. m: 2.5, (0, 0.5) $y = 2.5x + 0.5$ 49. m: $\frac{4}{5}$, (0, −9) $y = \frac{4}{5}x - 9$ 50. m: $-\frac{7}{8}$, $\left(0, -\frac{5}{6}\right)$ $y = -\frac{7}{8}x - \frac{5}{6}$

51. **رحلة على الطريق** تقطع ميسون بسيارتها مسافة 600 كيلومتر لزيارة شلالات نياجرا. وتمكنت من قطع أول 150 كيلومترا من رحلتها في ساعتين. فإذا استمرت على هذا المعدل، فكم من الوقت ستستغرق لكي تقطع المسافة المتبقية؟ **6 ساعات**

أوجد محيط ومساحة كل شكل. قرّب لأقرب جزء من عشرة.

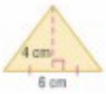
52.

≈25.1 cm; ≈50.3 cm^2

53.

8.6 m; ≈3.5 m^2

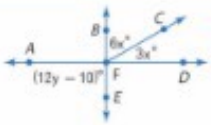
54.



16 cm; 12 cm^2

مراجعة المهارات

55. أوجد x بحيث يكون $\overline{BE}$ و $\overline{AD}$ متعامدين. **8.3**



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education